

Комп'ютерне моделювання силового впливу водних і водно-грязьових потоків на трубопроводи
 © Шевчук В.В., Горбань В.О., Іванік О.М., Лавренюк М.В., 2007

Computer modeling of the water and water-mud flows influence on pipelines

Shevchuk V.V., Gorban' V.O., Ivanik O.M., Lavrenyuk M.V.

Вступ. Руйнівний силовий вплив стаціонарних водних та періодичних водних і водно-грязьових потоків на трубопровідні системи загальновідомий [1,2,3]. Для оцінки впливу різних типів потоків на функціонування трубопровідно-транспортних систем розроблено пакет комп'ютерних програм, що дозволяє розраховувати гідродинамічні навантаження на трубу при обтіканні її в потоках в'язких, в'язко-пластичних і пластичних геологічних середовищ, які істотно відрізняються в'язкістю, густиною та швидкістю, а також визначити напружено-деформований стан труби, що згинається під дією потоку.

Алгоритм задачі по визначенню навантаження на трубу

Характерним параметром для визначення навантаження на трубу є число Рейнольдса:

$$Re = \frac{Vd}{\nu}$$

где V – швидкість потоку, d – діаметр труби, ν – кінематична в'язкість.

Важливу роль відіграє також співвідношення ваги труби P_w та Архімедової сили

$F_a = \frac{\pi d^2}{4} \rho g$. Відношення $\frac{P_w}{F_a}$, поряд із силою гідродинамічного опору, визначає положення труби

у потоці будь-якого типу, окрім випадків переміщення гірських порід. Зазвичай трубопровід облаштований спеціальними пристроями (тягарями), що утримують його на дні, якщо їхня вага недостатня, труба відривається від дна і вигинається як у горизонтальній так і у вертикальній

площині. Її положення у потоці, зокрема, (відстань від дна H_d і від вільної поверхні води H_p) залежить від ширини потоку та його глибини (H). Як показали експериментальні дослідження, виконані в Інституті гідромеханіки НАН України, необхідна для відриву труби від дна сила залежить також від структури донного ґрунту, часу експлуатації труби та інших факторів. Випадки, коли фрагмент труби потрапляє у потік, виникають також внаслідок розмиву дна [4,5,6].

Численні експериментальні і теоретичні дослідження дозволяють оцінити рівень гідродинамічних сил, що діють на трубу [4, 5, 6, 7, 8, 9]. Зазвичай розділяють гідродинамічну силу опору F_D , що діє у напрямку вектора швидкості набігаючого потоку, і бічну під'ємну силу F_L , направлену перпендикулярно до вектора швидкості та до осі циліндра. Сили F_D і F_L залежать від швидкості і структури потоку поблизу поверхні труби та у ближньому сліді за нею.

Якщо потік спрямований під кутом α до поздовжньої осі труби, то гідродинамічна сила F_D пропорційна $V \sin \alpha$.

При малих числах Рейнольдса $Re < 0.1$ (“повзучі“ течії) інерційні сили значно менші від сил в’язкості труба обтікається безвідривно, а сила опору пропорційна швидкості потоку та коефіцієнту кінематичної в’язкості μ . Для повільного руху дуже в’язкої рідини експериментальні дані для сили опору отримати складно і вони практично відсутні [4, 7, 10]. Для визначення рівня гідродинамічних навантажень можна використати аналітичні розв’язки, наприклад, для випадку руху циліндра у в’язкому середовищі між двома паралельними стінками [10]:

$$F_D = \frac{4\pi\mu V}{\ln \frac{h}{r} - 0.9157 + 1.7244 \left(\frac{r}{h}\right)^2 - 1.7302 \left(\frac{r}{h}\right)^4}, \quad r = d/2,$$

де h – відстань осі циліндра до стінок.

Якщо циліндр рухається у в’язкому середовищі обмеженому однією плоскою стінкою (дном), то для оцінки сили F_D використаємо співвідношення [10]:

$$F_D = \frac{4\pi\mu V}{\ln \frac{2h}{r}}, \quad r = d/2,$$

Швидкість потоку V у цьому випадку визначається із відомої у геодинаміці формули для течії в’язкого середовища по схилу [11]:

$$V = \frac{\rho g \sin \beta}{2\mu} (H^2 - y^2),$$

де H – глибина потоку, y – глибина занурення осі труби, β – кут нахилу поверхні, по якій стікає в’язка рідина.

Гідродинамічні навантаження при числах Рейнольдса $Re \geq 0.1$ є квадратичною функцією швидкості потоку V :

$$F_D = C_n \frac{\rho V^2}{2}.$$

Тут F_D – погонна сила опору, що діє на 1 метр труби у потоці, C_n – коефіцієнт гідродинамічного опору.

Докладно залежності $C_n(Re)$ описані в роботах [4, 5, 6, 7, 8, 9]. Складний характер залежностей $C_n(Re)$ обумовлений зміною картини обтікання із зростанням числа Рейнольдса. При $Re < 20$ спостерігається безвідривне обтікання; картина ліній течії близька до теоретичної для потенційного потоку нев’язкої (ідеальної) рідини. При $20 < Re < 50$ відбувається відрив струменів у кормовій частині циліндра, формується стійка відривна зона із двома симетричними вихорами

протилежної циркуляції. Із зростанням числа Рейнольдса, $50 < Re < 200$, ця відривна зона стає нестійкою; картина потоку довкола циліндра стає нестационарною; у сліді за циліндром формується ламінарна течія із періодичною вихровою доріжкою Кармана за циліндром. Подальша ($200 < Re < 100000$) зміна коефіцієнту C_n пов'язана із турбулізацією потоку у вихровому сліді. При збільшенні числа Рейнольдса область переходу від ламінарного режиму руху рідини до турбулентного наближається до поверхні циліндра. Різке зменшення значення коефіцієнта опору (криза обтікання) при $10^5 \leq Re \leq 5 \cdot 10^5$ відповідає переходу від ламінарного режиму течії до турбулентного у пограничному шарі на циліндрі, що приводить до зміни положення точок відриву і зниженню інтенсивності вихроутворення у сліді. На кризу обтікання істотно впливають нерівності поверхні циліндра [4, 7], а також рівень турбулентності набігаючого потоку. При порівняно невеликому ступені шорсткості (2 – 5 мм на трубу діаметром 1 м) криза обтікання, зокрема, зменшення C_n дуже слабке.

Наведені експериментальні залежності $C_n(Re)$ покладено в основу апроксимації, що використовується у розрахунковій програмі.

Нестационарний характер течії у сліді, пов'язаний із періодичним утворенням вихорів при $Re \leq 50$, обумовлює наявність бічної періодичної гідродинамічної сили [4, 7]:

$$F_L = C_L \frac{\rho d V^2}{2} \sin \pi \omega t, \quad \omega = V \cdot Sh / d,$$

$$Sh = \begin{cases} 0,2 & \text{при } Re < 2 \cdot 10^5 \\ 0,4 & \text{при } 2 \cdot 10^5 \leq Re \leq 2 \cdot 10^6; \\ 0,3 & \text{при } Re > 2 \cdot 10^6. \end{cases}$$

де Sh – число Струхаля.

Бічна сила значно менша від сил гідродинамічного опору, але завдяки динамічному характеру вона може створювати небезпеку для конструкції.

Якщо частота періодичного вихроутворення близька до частоти власних коливань ділянки труби (як пружної конструкції) у потоці, дія бічної періодичної гідродинамічної сили може призвести до інтенсивної вібрації і через це до помітного зростання коефіцієнта C_n (до значень $C_n \approx 1,5 - 2,2$) та поступового руйнування труби [8].

Дія течії на трубопроводи, прокладені по морському дні, зумовлює також розмив ґрунту. Відомі випадки розмиву трубопроводу на ділянках довжиною до 600 м. Гідродинамічні сили залежать від розташування границі води і ґрунту відносно труби. Утворення вимоїни під

трубопроводом викликає зміну механізму обтікання та, відповідно, значне зростання гідродинамічних навантажень на трубу [4, 6].

Слід зазначити, що течія в придонній області є турбулентною і неоднорідною по глибині. Поблизу дна швидкість потоку змінюється по закону [4]:

$$V = V_1(z/z_1)^{1/7}$$

де V і V_1 - швидкості потоку на відстанях від дна z та z_1 відповідно. Горизонтальні навантаження на одиницю довжини трубопроводу, розташованого біля дна, як правило, помітно менші, ніж за межали пристінної області. Коефіцієнт опору C_n , на відміну від необмеженого потоку, залежить не лише від числа Рейнольдса і шорсткості циліндра, але й від відстані між дном і циліндром, а також від розмірів нерівностей дна.

Якщо товщина придонного шару помітно більша діаметру труби, у розрахунках варто використовувати значення місцевої швидкості потоку. V_m :

$$V_m^2 = \frac{1}{d} \int_0^d V^2(z) dz$$

де z – вертикальна координата, що починає свій відлік від дна. Експерименти показали, що при розташуванні трубопроводу безпосередньо на дні коефіцієнт C_n на 25-30 % більше ніж C_n для необмеженого потоку C_n^∞ (на відстані рівній діаметру трубопроводу $C_n \approx C_n^\infty$).

Несиметрія потоку при обтіканні циліндру поблизу дна приводить до розрідження (зниженню тиску) на верхній поверхні циліндру і викликає появу вертикальної сили. Значення цієї бічної сили (на одиницю довжини) оцінюють за формулою

$$F_L = 0,5 C_L \rho V_m^2 d$$

Якщо трубопровід розташований на певній невеликій відстані від дна, то швидкість води у просторі між дном і трубопроводом незначна; бічна сила F_L спрямована вгору. При великій шорсткості циліндра та дна можлива поява порівняно невеликих від'ємних значень C_L (бічна сила спрямована вниз).

Теоретичні та експериментальні дослідження [12, 13] свідчать, що картина обтікання та гідродинамічні характеристики циліндра змінюються наближенні циліндра до вільної поверхні води це пов'язано зі змінами структури вихрового сліду. На вільній поверхні формується стрибок із значним перепадом рівнів води. Ці ефекти відображаються на значеннях гідродинамічних коефіцієнтів. Експерименти, виконані в Інституті гідромеханіки НАН України показали, що коефіцієнт опору циліндра C_n у потоці із вільною поверхнею може у півтора рази переважати

відповідні значення для безмежного потоку (зростає від $C_n \approx 1.2$ до $C_n \approx 1.8$). Збільшується також бічна гідродинамічна сила, пов'язана із періодичним зривом вихорів. Обтікання циліндра, як правило, супроводжується інтенсивними поперечними коливаннями, що також приводить до різкого збільшення сили опору (приблизно у 1.5 – 2 рази). Модифіковані значення коефіцієнта C_n необхідно враховувати в інженерних розрахунках при $h/d < 2$ (тут h – відстань між вільною поверхнею води і поверхнею циліндру, d – діаметр циліндру).

У випадку, коли труба знаходиться поблизу поверхні води, її опір збільшується також внаслідок додаткового хвильового опору F_w [14, 15, 16]. В практичних розрахунках у формулі для опору F_D враховується лише підводна (занурена) частина труби [16]. Сила хвильового опору F_w , як правило, для плаваючих тіл (суден, понтонів тощо) залежить від форми підводної частини тіла, глибини занурення, глибини потоку, числа Фруда і визначається на основі експериментальних даних:

$$F_w = f\left(\frac{h}{d}, \frac{H}{d}, Fr\right), \quad Fr = \frac{V}{\sqrt{gH}}$$

При $Fr \rightarrow 0$ - коефіцієнт хвильового опору $C_w \rightarrow 0$. При $Fr \rightarrow \infty$ - $C_w \rightarrow 0$.

Із зростанням числа Фруда Fr коефіцієнт хвильового опору змінюється немонотонно і у загальному випадку має ряд максимумів і мінімумів. Найбільшого значення він сягає при критичному числі Фруда (приблизно $Fr = 0,5$). Різке зростання коефіцієнту хвильового опору відбувається при наближенні Fr до критичного значення. Якщо труба знаходиться у двошаровому потоці (біля дна водно-грязьовий потік), то хвильовий опір може зрости внаслідок утворення хвиль на поверхні розділу «вода - водно-грязьовий потік» [15].

У комп'ютерній програмі для оцінки хвильового опору труби використані аналітичні розв'язки, отримані в рамках моделі нев'язкої рідини [15]. Припускається, що дно плоске, вісь труби знаходиться на глибині h_p , H – глибина потоку. В роботі [15] для сили хвильового опору F_w отримано співвідношення:

$$F_w = 4\pi^2 g \rho \frac{r^4}{H^2} \frac{\xi^2 c h^2 b \xi}{c h^2 \xi - 2\xi} \quad Fr = \frac{V}{\sqrt{gH}}, \quad b = \frac{H - h_p}{H}, \quad r = d/2,$$

$$Fr^2 = \frac{th\xi}{\xi}$$

де ξ – корінь нелінійного рівняння

Якщо глибина потоку велика, $H > 5d$, корінь цього рівняння близький до $1/Fr^2$, а формула для сили хвильового опору приймає вигляд:

$$F_w = 4\pi^2 g^3 \rho \frac{r^4}{V^4} \exp(-2 Fr^{-2})$$

Із зменшенням глибини потоку, $H < 5d$, сила F_w зростає. При малих числах Фруда, $Fr < 0.3$, для сили F_w можна використати наступну апроксимацію:

$$F_w = \frac{1}{4} \frac{\pi^2 \rho g d^4}{H^2} \frac{1}{Fr^2} \exp\left[2(b-1) \frac{1}{Fr^2}\right].$$

Якщо труба плаває на поверхні, а $Fr < 0.1$ хвилеутворення незначне і перепад рівня води перед трубою і за нею можна врахувати наступним чином:

$$F_w = \frac{1}{2} \rho g (r - h)^2.$$

Для сили в'язкого гідродинамічного опору плаваючої труби у роботі [16] рекомендується використовувати співвідношення:

$$F_D = 0,5 C_n \rho V^2 (r + h_p)$$

Зазначимо, що використані у розробленій програмі формули не враховують ряду фізичних ефектів, пов'язаних, зокрема, із коливанням труби під впливом зриву вихорів з її поверхні у потоці води, з процесами вихороутворення за циліндром і генерацією хвиль на поверхні води, розмивом дна, загромодженням потоку плаваючими предметами, впливом рельєфу дна та ін.

На основі проведеного аналізу гідродинамічних навантажень на трубопроводи було створено відповідний програмний модуль.

Характеристика програмного модуля

Програма "FORCE" дозволяє розраховувати гідродинамічний опір труби при обтіканні її водним, водно-грязевим чи грязевим потоком.

Основними вхідними параметрами задачі є:

- 1) динамічна в'язкість рідини, μ (н·сек/м²);
- 2) густина рідини, ρ (кг/м³);
- 3) діаметр труби, D (м);
- 4) глибина потоку, H (м);
- 5) кут між напрямком потоку і поздовжньою віссю труби, α (град.);
- 6) відстань від осі труби до дна, H_d (м)
- 7) швидкість потоку, V (м/сек);
- 8) кут нахилу схилу ϕ (град.).

Розглядаються два випадки обтікання труби:

1. Стаціонарний потік (руслова течія) (рис.1).

Швидкість потоку відома за результатами вимірів або спостережень на місцевості.

2. Схилова течія (рис.2).

Поверхня дна, по якому рухається середовище, нахилена під кутом φ до горизонтальної площини, що дозволяє визначити швидкість потоку для високов'язких геологічних середовищ.

У першому випадку користувачем задаються параметри 1) – 6), а також швидкість набігаючого потоку V . При цьому слід враховувати, що у залежності від конфігурації течії, величина H_d може приймати значення у діапазоні

$$-D/2 < H_d < H + D/2,$$

тобто, можливі випадки плаваючої труби і частково зануреної у донний ґрунт.

У даному режимі можуть бути різні: водний, водно-гязевий, гязевий. Можна виділити наступні діапазони для густини середовища ρ та динамічної в'язкості μ :

$$\text{вода} - \mu = 0.001 - 0.0018 \frac{\text{кг}}{\text{см}}, \quad \rho = 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3};$$

$$\text{вода-гязь} - \mu = 0.0018 - 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{см}}, \quad \rho = 10^3 - 1.5 * 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3};$$

$$\text{гязь} - \mu = 10^3 - 10^4 \frac{\text{кг}}{\text{см}}, \quad \rho = 1.5 * 10^3 - 1.8 * 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

У другому режимі необхідно задати кут нахилу схилу. Швидкість V розраховується із співвідношення, справедливого для течії геологічних середовищ при малих числах Рейнольдса. Такий підхід накладає обмеження на глибину потоку H :

$$H < H_{\max}, \quad \text{де} \quad H_{\max} = 3 \sqrt{\frac{2\mu^2}{\rho^2 g \sin \varphi}}.$$

Зазначимо, що у випадку стікання води по схилу можливі лише руслові потоки. Вихідний параметр програми – погонне навантаження на трубу F [н/м].

Численний аналіз напруженого стану труби

Для подальшого використання отриманого параметру погонного навантаження на трубу і прогнозування ступеню небезпеки для трубопроводу розроблено комп'ютерну програму по розрахунках напружено-деформованого стану труби, котра зазнає поперечного згину.

Для одержання повної інформації про напружений стан труби необхідно розв'язати дві задачі: задачу розподілу напружень у вибраному зрізі труби, та задачу визначення напружень від згину на певному прольоті труби. Зупинимось більш детально на другій задачі. Спробуємо дати наближену оцінку напруженого стану ділянки трубопроводу, розглянувши задачу згину балки кільцевого перерізу, опертої на дві опори. Це приводить до класичної задачі опору матеріалів про розрахунок статично визначеної балки [17, 18, 19]. Будемо вважати, що:

$$1) \text{ матеріал труби є однорідним } (E(y, z) = E_0, \nu(y, z) = \nu_0);$$

2) труба навантажена зусиллями, розподіленими по певному відомому нам закону ($q = q(z)$);

3) власною вагою труби можна знехтувати.

Отже, розглянемо вільно оперту балку кільцевого перерізу (рис.3), піддану дії розподіленого поперечного навантаження. При згині балки поперечним навантаженням $q = q(z)$ в кожному поперечному перерізі виникає згинаючий момент M та перерізуюча сила Q . Згинаючий момент викликає дію нормальних напружень, а перерізуюча сила – дотичних.

Визначимо спочатку розподіл величин M та Q . Розглядувана балка є статично визначеною.

Рівняння статички мають вигляд:

$$Q = \int_0^l q(z) dz = R_A + R_B,$$

де R_A та R_B – реакції опор.

$$\text{Далі, } \int_0^l Q(z) dz = lR_A,$$

$$R_B = \frac{1}{l} \left(l \int_0^l q(z) dz - \int_0^l Q(z) dz \right).$$

$$\text{Звідси } R_A = \frac{1}{l} \int_0^l Q(z) dz.$$

Співвідношення між навантаженням, поперечною силою та згинаючим моментом запишуться у вигляді:

$$\frac{dQ}{dz} = -q, \quad \frac{dM}{dz} = Q.$$

Розглянемо тепер деякі частинні випадки навантаження, прикладеного до балки.

1) Рівномірно розподілене навантаження. В цьому випадку функція навантаження $q(z) = q_0$.

$$\text{Тоді } R_A = R_B = \frac{q_0 l}{2}.$$

$$\text{Отже, } Q(z) = \frac{q_0 z}{2} - q_0 z, \quad M(z) = \frac{q_0 z l}{2} - \frac{q_0 z^2}{2}.$$

Максимальне значення згинаючого моменту буде рівним

$$M_{\max}(z) = M\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{q_0 l^2}{4} - \frac{q_0 l^2}{8} = \frac{q_0 l^2}{8}.$$

2) Параболічне навантаження. У цьому випадку закон розподілу навантаження на балку запишеться у вигляді:

$$q(z) = q_0 (lz - z^2) + q_1.$$

Тоді для реакцій опор матимемо:

$$R_A = R_B = \frac{1}{2} \int_0^l q(z) dz = \frac{1}{2} \left[q_0 \left(\frac{lz^2}{2} - \frac{1}{3} z^3 \right) + q_1 z \right]_0^l = q_0 \frac{l^3}{12} + \frac{q_1 l}{2}.$$

Далі, $Q(z) = R_A - q_0 \left(\frac{lz^2}{2} - \frac{z^3}{3} \right) - q_1 z$

$$Q(z) = \frac{q_0 z^3}{12} + \frac{q_1 l}{2} - q_0 \left(\frac{lz^2}{2} - \frac{z^3}{3} \right) - q_1 z.$$

Максимальне значення перерізуючих зусиль буде рівним:

$$Q_{\max}(0) = \frac{q_0 l^3}{12} + \frac{q_1 l}{2}.$$

Для згинаючого моменту матимемо:

$$M(z) = R_A z - \int_0^z Q(\tau) d\tau.$$

Отже, $M(z) = \left(\frac{q_0 l^3}{12} + \frac{q_1 l}{2} \right) z - q_0 \left(\frac{lz^3}{6} - \frac{z^4}{12} \right) - \frac{q_1 z^2}{2}.$

Максимальне значення згинаючого моменту буде рівним:

$$M_{\max}(z) = M\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{5q_0 l^4}{192} + \frac{q_1 l^2}{8}.$$

Перейдемо тепер до визначення нормальних і дотичних напружень. Згідно з теорією згину балок, запропонованою Тимошенко С.П., нормальні напруження σ_x в кожному поперечному перерізі

визначаються за формулою: $\sigma_x = \frac{My}{I}.$

Тут M - згинаючий момент в даному перерізі, y - відстань елемента поперечного перерізу до осі z , I - момент інерції площі поперечного перерізу відносно осі z , що визначається за формулою:

$$I = \int y^2 dF.$$

Для кільцевого перерізу матимемо:

$$I = \frac{\pi}{4} (R_2^4 - R_1^4).$$

У випадку тонкостінної труби маємо:

$$I = \pi R_c^3 h.$$

Максимальні (розтягуючі і стискаючі) напруження в кожному із перерізів виникають в найбільш віддалених від центральної осі балки точках. Найбільші нормальні напруження виникають у вказаних точках в перерізі, в якому $M = M_{\max}$. В розглядуваних прикладах це $z = \frac{l}{2}$ (рівномірне та

симетричне параболічне навантаження). В цьому випадку найбільші відстані однакові і рівні R_2 .

Таким чином,

$$\sigma_x = \frac{MR_2}{I}, \quad \sigma_{x\max} = \frac{M_{\max}R_2}{I}.$$

Для кільцевого перерізу

$$\sigma_x = \frac{4MR_2}{\pi(R_2^4 - R_1^4)}, \quad \sigma_{x\max} = \frac{4M_{\max}R_2}{\pi(R_2^4 - R_1^4)}.$$

Відповідно для тонкостінної труби $R_2 \approx R_c$, $R_c = \frac{(R_1 + R_2)}{2}$, $h = R_2 - R_1$, тому:

$$\sigma_x = \frac{MR_c}{\pi R_c^3 h} = \frac{M}{\pi h R_c^2}, \quad \sigma_{x\max} = \frac{M_{\max}}{\pi h R_c^2}.$$

Для випадку рівномірно розподіленого навантаження матимемо формули:

$$\sigma_x = \frac{2q_0(lz - z^2)}{\pi(R_2^4 - R_1^4)} = \frac{M}{\pi h R_c^2}, \quad \sigma_{x\max} = \frac{4q_0 l^2 R_2}{8\pi(R_2^4 - R_1^4)} = \frac{q_0 l^2 R_2}{2\pi(R_2^4 - R_1^4)}.$$

Остаточно матимемо:

$$\sigma_x = \frac{q_0(lz - z^2)}{2\pi h R_c^2}, \quad \sigma_{x\max} = \frac{q_0 l^2}{2\pi h R_c^2}.$$

Для параболічного закону розподілу навантаження одержимо:

$$\sigma_x = \frac{4R_2}{\pi(R_2^4 - R_1^4)} \left[\left(\frac{q_0 l^3}{12} z - q_0 \left(\frac{lz^3}{6} - \frac{z^4}{12} \right) \right) + \frac{q_1 l}{2} z - \frac{q_1 z^2}{2} \right]$$

$$\text{а } \sigma_{x\max} = \frac{4R_2^2}{\pi(R_2^4 - R_1^4)} \left[\frac{5q_0 l^4}{192} + \frac{q_1 l^2}{8} \right].$$

Остаточно одержимо:

$$\sigma_x = \frac{1}{8\pi R_c^2} \left[\left(\frac{q_0 l^3}{12} z - q_0 \left(\frac{lz^3}{6} - \frac{z^4}{12} \right) \right) + \frac{q_1 l}{2} z - \frac{q_1 z^2}{2} \right]$$

$$\sigma_{x\max} = \frac{1}{\pi h R_c^2} \left[\frac{5q_0 l^4}{192} + \frac{q_1 l^2}{8} \right].$$

Кривизна поздовжньої осі балки визначається за формулою $\kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}$,

де E - модуль Юнга балки, а величину EI називають жорсткістю балки при згині. Таким чином, кривизна балки при рівномірно розподіленому навантаженні буде рівною:

$$\kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{1}{2} q_0 (lz - z^2) \frac{4}{E\pi(R_2^4 - R_1^4)} = \frac{2q_0(lz - z^2)}{E\pi(R_2^4 - R_1^4)}.$$

Максимальна кривизна балки визначається за формулою:

$$\kappa_{\max} = \frac{q_0 l^2}{2\pi E (R_2^4 - R_1^4)}$$

Для параболічного закону розподілу навантаження одержимо:

$$\kappa = \frac{4}{\pi E (R_2^4 - R_1^4)} \left[\frac{q_0 l^3}{12} z - q_0 \left(\frac{lz^3}{6} - \frac{z^4}{12} \right) + \frac{q_1}{2} (lz - z^2) \right],$$

а для максимальної кривизни наступний вигляд:

$$\kappa_{\max} = \frac{4 \left(\frac{5q_0 l^2}{192} + \frac{q_1 l^2}{8} \right)}{\pi E (R_2^4 - R_1^4)}.$$

Вертикальні дотичні напруження на відстані y від нейтральної осі, викликані дією поперечної сили, визначаються за формулою:

$$\tau(y) = \frac{Q\rho}{Ib}, \text{ де } S = \int_{y_1}^{R_2} 2y\sqrt{R_2^2 - y^2} dy - \int_{y_1}^{R_1} 2y\sqrt{R_1^2 - y^2} dy = \frac{2}{3} \left((R_2^2 - y_1^2)^{\frac{3}{2}} - (R_1^2 - y_1^2)^{\frac{3}{2}} \right),$$

$$\text{а } b = 2 \left(\sqrt{R_2^2 - y_1^2} - \sqrt{R_1^2 - y_1^2} \right).$$

Таким чином, маємо:

$$\tau(y) = \frac{Q}{3I} \left(\sqrt{(R_1^2 - y_1^2)(R_2^2 - y_1^2)} + R_1^2 + R_2^2 - 2y_1^2 \right).$$

Максимальна величина дотичних напружень визначається за формулою:

$$\tau_{\max} = \tau(0) = \frac{Q(x)}{3I} (R_1^2 + R_2^2 + R_1 R_2).$$

Повні дотичні напруження визначаються за формулою:

$$\tau = \frac{\tau(y)\kappa_2}{\sqrt{R_2^2 - y_1^2}}; \tau_{\max} = \tau_{\max}(0).$$

Підставляючи вираз для I , знаходимо:

$$\tau_{\max} = \frac{4Q(z)}{3} \frac{(R_1^2 + R_2^2 + R_1 R_2)}{\pi(R_2^4 - R_1^4)}.$$

Для тонкостінної труби, позначаючи $\frac{1}{2}(R_1 + R_2) = R_c$; $R_2 - R_1 = h$, матимемо:

$$\tau_{\max} = \frac{Q(z)}{\pi R_c h}.$$

У випадку рівномірного навантаження матимемо:

$$\tau_{\max} = \frac{q_0 l}{2\pi R_c h},$$

А для параболічного розподілу навантаження матимемо:

$$\tau_{\max} = \left(\frac{q_0 l^3}{12} + \frac{q_1 l}{2} \right) \frac{1}{\pi R_c h}.$$

Перейдемо тепер до визначення прогину балки. Покладаючи E і J постійними, одержимо рівняння прогину ω вигляду:

$$EJ\omega'' = -M.$$

Отже,

$$EJ\omega'' = -zR_A + \int_0^z z f(z) dz$$

У випадку рівномірно розподіленого навантаження ($q(x) = q_0$) матимемо:

$$EJ\omega'' = \frac{q_0}{2}(z^2 - lz).$$

Інтегруючи це рівняння, знаходимо:

$$EJ\omega' = -\frac{q_0 lz^2}{4} + \frac{q_0 z^3}{6} + C_1.$$

Змінну інтегрування C_1 знаходимо з умови симетрії прогину відносно $z = \frac{l}{2}$, тобто вимагаємо,

щоб при $z = \frac{l}{2}$ кут повороту $\omega' = 0$. Звідси знаходимо:

$C_1 = \frac{q_0 l^3}{24}$. Підставляючи C_1 в рівняння для ω' та інтегруючи, знаходимо:

$$EJ\omega = -\frac{q_0 lz^3}{12} + \frac{q_0 z^4}{24} + \frac{q_0 l^3 z}{24} + C_2.$$

Оскільки при $z = 0$ $\omega = 0$, звідси випливає, що $C_2 = 0$.

Остаточно одержимо:

$$\omega = \frac{q_0 z}{24EJ} (l^3 - 2lz^2 + z^3).$$

Максимальний прогин знаходимо за формулою:

$$\omega_{\max} = \frac{5q_0 l^4}{384EJ}.$$

У випадку параболічного закону розподілу навантаження q рівняння прогину набуде такого вигляду:

$$EJ\omega'' = -\left(\frac{q_0 l^3}{12} + \frac{q_1 l}{2} \right) z + q_0 \left(\frac{lz^3}{6} - \frac{z^4}{12} \right) + \frac{q_1 z^2}{2}.$$

Інтегруючи його, знаходимо:

$$EJ\omega' = -\left(\frac{q_0 l^3}{12} + \frac{q_1 l}{2} \right) \frac{z^2}{2} + q_0 \left(\frac{lz^4}{24} - \frac{z^5}{60} \right) + \frac{q_1 z^3}{6} + C_1.$$

Аналогічно до попереднього розглянутого випадку, C_1 знаходимо з умови, що при $z = \frac{l}{2}$

$\omega' = 0$:

$$C_1 = \frac{q_0 l^5}{120} + \frac{q_1 l^3}{24}.$$

Інтегруючи рівняння для ω' , знаходимо ω :

$$\omega = \frac{1}{EJ} \left[- \left(\frac{q_0 l^3}{12} + \frac{q_1 l}{2} \right) \frac{x^3}{6} + q_0 \left(\frac{lx^5}{120} - \frac{x^6}{360} \right) + q_1 \frac{x^4}{24} + C_1 x + C_2 \right].$$

Підставляючи в це рівняння вираз для C_1 та беручи до уваги, що $C_2 = 0$ (оскільки $\omega = 0$ при $l = 0$), остаточно одержимо:

$$\omega_{\max} = \frac{1}{EJ} \left[- \left(\frac{q_0 l^3}{12} + \frac{q_1 l}{2} \right) \frac{l^3}{48} + q_0 \left(\frac{l^6}{120 \cdot 32} - \frac{l^6}{360 \cdot 64} \right) + q_1 \frac{l^4}{16 \cdot 24} + C_1 \frac{l}{2} \right].$$

Таким чином, ми визначили основні характеристики напружено-деформованого стану прольоту труби при згині її прикладеним до неї навантаженням.

На основі розробленого алгоритму написана програма для розрахунку зусиль, моментів та напружень, що виникають в трубі внаслідок прикладення до неї зовнішніх зусиль. Програма має зручний інтерфейс для вводу основних розрахункових параметрів та дозволяє одержувати графічне представлення епюр основних розрахункових величин. Розглянуто випадки постійного, лінійного та параболічного розподілу зовнішніх навантажень, прикладених до труби.

Висновки. Створено розрахунковий модуль (програмний комплекс), котрий дозволяє у режимі моделювання оперативно оцінювати потенційно небезпечний розвиток природних процесів, що супроводжуються формуванням аномальних водних, водно-грязьових та грязьових потоків та обраховувати їх силовий вплив на трубопровідно-транспортні системи.

Аналіз одержаних результатів розрахунку напружено-деформованого стану ділянки трубопроводу засвідчує значний вплив характеру та абсолютних величин навантаження на трубу на концентрацію напружень на поверхні труби.

1. *Ершов Э.Д.* Физико-химия и механика мерзлых пород. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1986. – 336 с.
2. *Познанин В.Л., Подборный Е.Е.* Инженерная защита объектов газового комплекса от воздействия криогенных процессов // Газовая промышленность. – 2003. - № 9. – С. 76-79.
3. *Положение* по организации и проведению комплексного диагностирования линейной части магистральных газопроводов ЕСГ. – М.: ИРЦ Газпром, 1998. – 53 с.
4. *Морские гидротехнические сооружения на континентальном шельфе.* – Л.: Судостроение, 1989. – 328 с.
5. *Пфлейдерер Л.* Лопаточные машины для жидкостей и газов. – М.: 4-е издание ГН-ТИ машиностроительной литературы, 1960. – 684 с.

6. *Fangjun Li, Liang Cheng*. Numerical model for local scour under offshore pipelines. *J. Hydraulic Engineering*. – 1999. – V. 125. – N. 4. – P. 400–406.
7. *Девнин С.И.* Аэрогидродинамика плохообтекаемых конструкций. – Л.: Судостроение, 1983. – 305 с.
8. *Жукаускас А., Улинскас Р., Катинас В.* Гидродинамика и вибрации обтекаемых пучков труб / Под редакцией проф. А. Жукаускаса. – Вильнюс: Мокслас, 1984. – 312 с.
9. *Халфин И. Ш.* Воздействие волн на морские нефтегазопромысловые сооружения. – М.: Недра, 1990. – 312 с.
10. *Ханпель Д., Бреннер Г.* Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. – М.: Мир, 1976. – 630 с.
11. *Теркот Д., Шуберт Дж.* Геодинамика. Геологические приложения физики сплошных сред. – М.: Мир, 1985.
12. *Carberry J., Sheridan J., Rockwell D.* Cylinder oscillations beneath a free surface // *European Journal of Mech.* s. B, V. 23 (2004). - P. 81-88.
13. *Reichl P., Hourigan K., Thompson M. C.*. Flow past a cylinder close to a free surface // *J. Fluid Mech.* 2005, V. 233. – P. 269-296.
14. *Справочник по теории корабля.* Т. 1. – Л.: Судостроение, 1985. – 766 с.
15. *Сретенский Л. Н.* Теория волновых движений жидкости. – М.: Наука, 1977. – 815 с.
16. *Строительные нормы и правила.* Нагрузки и воздействия на гидротехнические сооружения (Волновые, ледовые и от судов). СНиП 2.06.04-82*. Госстрой СССР. – Москва, 1989.
17. *Коваленко А.Д.* Основы термоупругости. – К.: Наукова думка, 1970. – 307 с.
18. *Лавренюк В.І.* Про визначення напружено-деформованого стану матриці з включенням методом граничних елементів // *Вісник Київського університету. Серія: фіз.-мат. науки.* - 1993. - №2.
19. *Новацкий В.* Вопросы термоупругости. – М.: Изд. АН СССР, 1962. – 364 с.

Для оцінки впливу різних типів потоків на функціонування трубопровідно-транспортних систем розроблено розрахунково-аналітичні модулі, що дозволяють визначати гідродинамічні навантаження на трубопровід при обтіканні його в потоках в'язких, в'язко-пластичних і пластичних геологічних середовищ. Запропоновано програмний комплекс по розрахунках напружено-деформованого стану труби, котра зазнає поперечного згину.

Для оценки влияния различных типов потоков на функционирование трубопроводно-транспортных систем разработаны расчетно-аналитические модули, определяющие гидродинамические нагрузки на трубопровод при обтекании его в потоках вязких, вязко-пластичных и пластичных сред. Предложен программный комплекс по расчетам напряженно-деформированного состояния трубы, подверженной поперечному изгибу.

For the estimation of the influence of various types of streams on pipelines, the calculation-analytical modules are developed. They allow estimating the hydrodynamical load on pipeline's cross section, set within a stream of viscous, viscous-plastic and plastic mediums. Program complex is proposed for the estimation of stress-deformed state of the pipeline which has bending load.

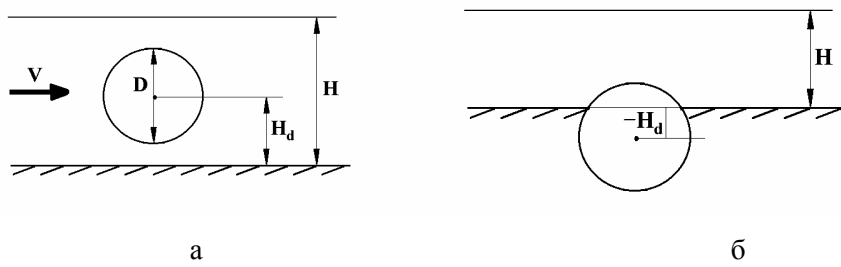


Рис.1. Обтікання трубопроводу стаціонарним потоком:
 а – притоплене положення труби, б – труба частково занурена в донний ґрунт .

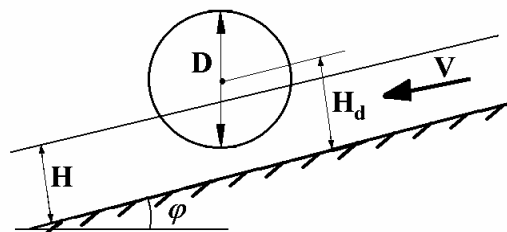


Рис. 2. Вплив на трубопровід нестационарного схилового потоку

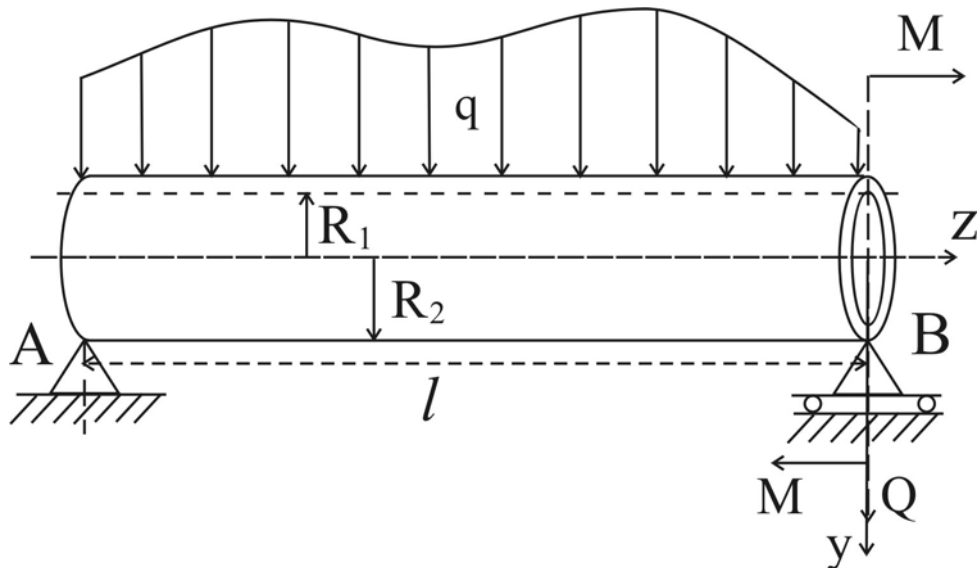


Рис.3. Схема навантаження на трубу